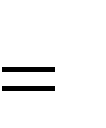
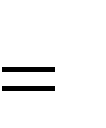
**NUMEROS IRRACIONALES**

Hasta ahora se trabajó con números racionales, que son aquellos que pueden ser expresados como el cociente entre dos números enteros. (Es decir como fracción). Existen expresiones decimales con infinitas cifras decimales no periódicas, que no pueden ser expresadas como fracción. A este tipo de número se los conoce como números irracionales.

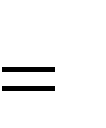
Hay infinitos números irracionales.

Toda raíz no exacta de un número entero es un número irracional

Algunos ejemplos de números irracionales son:



3,141592654...



2 1,414213562... 3 4

1,587401052...

O bien todo número de infinitas cifras decimales con alguna regla de formación, por ejemplo:

1,1223334444… -2,0102030405… -0,1133557799…

REPRESENTACION GRAFICA

Para representar números irracionales en la recta numérica se debe recurrir a los triángulos rectángulos.

1. Representación de .



2

En un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos miden 1,

el valor de la hipotenusa es

2.



2

12 12

###### 0 1

2

2

1

1

### Representación de

5

En un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 1 y 2. el valor de la hipotenusa es

5.

5

1

0

2

2

5

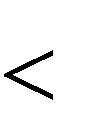
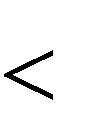
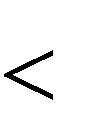


22 12

5

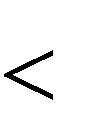
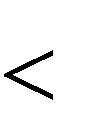
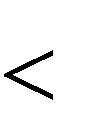
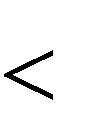
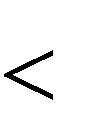
Las raíces cuadradas exactas determinan el resultado aproximado de las que son números irracionales.

0 1 2 3 4



1 2

3 2



2

5

6

7

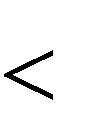
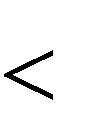
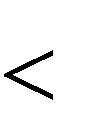
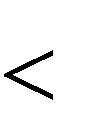
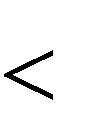
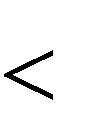
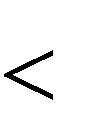
8 3

1

4

9

16



3 10 11 12 13 14 15 4

### En primer año han estudiado: Conjuntos y elementos. Conjunto Universal, conjunto vacío, etc. Ahora nos interiorizaremos en el conjunto numérico

IN IN0 Z Q II

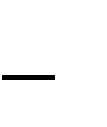
Si sacamos conclusiones a partir del grafico, diremos que el conjunto de los números naturales ( N ) está incluido en el conjunto de los números enteros ( Z ), ambos a su vez están incluidos en el conjunto de los números racionales ( Q) que esta formado por todos aquellos que pueden expresarse como una razón

Una razón es un cociente entre dos números enteros por ejemplo 2

3

; 85 ; 1

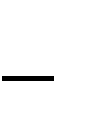
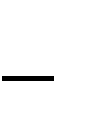
3 3

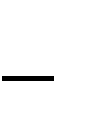
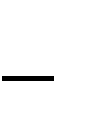
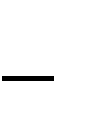
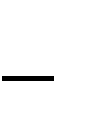


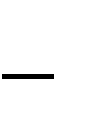
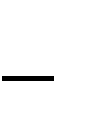
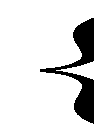
son números racionales. En realidad otra forma de definirlos es decir: que se puedn expresar como fracción.

N0 =

con esta notación se está indicando que el “0”

pertenece a los numeraos Cardinales.



Z = ...

123....

56...

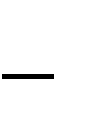
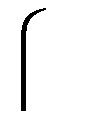
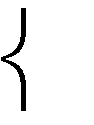
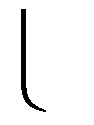
5, 4,

3, 2,

1,0,1,2,3,4,....78...123

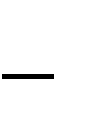


Q = 342 , 5



123,

2



0,033

;0;3;

1,3,

7........... .1256…

3

El conjunto de los números enteros, a los cuales los denominamos con la letra Z mayúscula está formado por el conjunto de los números naturales (N) y los números negativos, (enteros)

Las expresiones decimales exactas, aquellos números decimales que tienen un número finito de cifras decimales y las expresiones periódicas ya sean puras o mixtas pueden expresarse en forma de fracción por lo tanto son números racionales, veamos un ejemplo.

Sin embargo existen números decimales que tienen infinitas cifras decimales no periódicas (es decir que no se repiten) y por lo tanto no pueden expresarse en forma de fracción.

Estos números reciben el nombre de irracionales y se los representa con la letra mayúscula **I**.

La unión entre el conjunto de los números racionales e irracionales es el conjunto de los números reales.

**Q = IR**



**I**

Los números reales se representan con la letra R mayúscula.

Con el conjunto de los irracionales la recta numérica queda “completa “.

Es decir que el conjunto de los números reales queda totalmente “representado” con la recta numérica, es decir que a cada punto de la recta numérica le corresponde un número real y viceversa.

Para que quede más claro, un número irracional es un número decimal que tiene infinitas cifras no periódicas (por lo tanto no puede expresarse mediante una fracción).

Ejemplos de números irracionales.

Las raíces de números naturales cuyos resultados no son naturales:

7

2

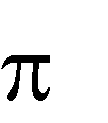
3 2

Si verifican en la calculadora, podrán observar que = 1,414213562....

2

se presentan 9 decimales, pero **el número sigue**, la calculadora ha redondeado al mismo a los efectos de dar una solución..

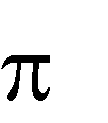
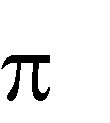
 Expresiones decimales generadas de modo tal que la cantidad de cifras decimales resulten infinitas.

 Números específicos:

* 1. El número Pi representado por la letra griega .
  2. El número e base de los logaritmos naturales.

**HABLEMOS UN POCO DE PI**

Si rodeamos en circulo de cualquier tamaño con un hilo y luego hallamos el cociente entre dicha medida y el diámetro del circulo, siempre se obtiene un número un poco mayor que 3, esta relación se mantiene siempre independiente de la circunferencia que elija.

Al número que expresa a razón entre la longitud de una circunferencia y su diámetro de lo llamó pi y se la designa con la letra griega ; en griego la circunferencia recibe el nombre de periferia. (en griego; periphereia).

En las calculadoras figura el número y vemos que nos proporciona la siguiente información; = 3,141592654, pero de acuerdo a la definición de número irracional este número que nos proporciona la calculadora tiene nueve cifras decimales lo que ocurre es que la calculadora no tiene display (ósea espacio ) para mostrar más cifras, sin embargo las computadoras siguen “ encontrando “ cifras del número pi.

Es decir que la información que nos provee la calculadora es una aproximación decimal de los números irracionales y cuantos más dígitos tenga nuestra calculadora o computadora, más decimales (de los infinitos que tiene) nos mostrara.

.

**Número π **

Letra griega pi. Símbolo adoptado inicialmente en [1706](http://es.wikipedia.org/wiki/1706) por William Jones y popularizado por [Euler](http://es.wikipedia.org/wiki/Euler).

**π (pi)** es una [constante matemática](http://es.wikipedia.org/wiki/Lista_de_constantes_matem%C3%A1ticas) cuyo valor es igual a la proporción existente entre la longitud del [perímetro](http://es.wikipedia.org/wiki/Per%C3%ADmetro) del [círculo](http://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%ADrculo) y la longitud de su [diámetro](http://es.wikipedia.org/wiki/Di%C3%A1metro). Se emplea frecuentemente en [matemática](http://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica), [física](http://es.wikipedia.org/wiki/F%C3%ADsica) e [ingeniería](http://es.wikipedia.org/wiki/Ingenier%C3%ADa). El valor numérico de π [truncado](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Truncado&action=edit) a sus diez primeras [posiciones decimales](http://es.wikipedia.org/wiki/Coma_flotante), es el siguiente:

\pi \approx 3{,}14159\;26535\;\;...

La notación con la [letra griega](http://es.wikipedia.org/wiki/Alfabeto_griego) [**π**](http://es.wikipedia.org/wiki/Pi_%28letra%29) proviene de la inicial de las palabras de origen [griego](http://es.wikipedia.org/wiki/Idioma_griego) "***π****εριφέρεια*" (*periferia*) y "***π****ερίμετρον*" (*perímetro*) de una circunferencia Esta notación fue usada por primera vez en [1706](http://es.wikipedia.org/wiki/1706) por el matemático galés [William](http://es.wikipedia.org/wiki/William_Jones) [Jones](http://es.wikipedia.org/wiki/William_Jones) y popularizada por el matemático [Leonhard Euler](http://es.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler) en su obra "Introducción al cálculo infinitesimal" de [1748](http://es.wikipedia.org/wiki/1748). Fue conocida anteriormente como *constante de Ludoph* (en honor al matemático [Ludolph van Ceulen](http://es.wikipedia.org/wiki/Ludolph_van_Ceulen)) o como *constante de* [*Arquímedes*](http://es.wikipedia.org/wiki/Arqu%C3%ADmedes)El valor computado de esta constante ha sido conocido con diferentes precisiones a lo largo de la historia, de esta forma en una de las referencias documentadas más antiguas como la [Biblia](http://es.wikipedia.org/wiki/Biblia) aparece de forma indirecta asociada con el [número natural](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_natural) 3 y en [Mesopotamia](http://es.wikipedia.org/wiki/Mesopotamia) los matemáticos la empleaban como 3 y una fracción añadida de 1/8.

π es una de las constantes matemáticas que más aparece en las ecuaciones de la física, junto con el [número e](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_e), y es, tal vez por ello la constante que más pasiones desata entre los matemáticos profesionales y amateur.

DEFINICION DE PI

* El área del [círculo](http://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%ADrculo) es *π* × r²

Es [Euclides](http://es.wikipedia.org/wiki/Euclides) el primero en demostrar que la relación entre el perímetro y el diámetro de una circunferencia es constante. Existen, no obstante, diversas definiciones más del número π; entre las más famosas se encuentran:

* “Es una proporción constante entre el [perímetro](http://es.wikipedia.org/wiki/Per%C3%ADmetro) de una [circunferencia](http://es.wikipedia.org/wiki/Circunferencia) con la amplitud de su [diámetro](http://es.wikipedia.org/wiki/Di%C3%A1metro)”

Ésta es la más clásica.

* Es el área de un [círculo](http://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%ADrculo) de radio unidad
* Pi es el menor número real x positivo tal que sen(x) = 0. Irracionalidad
* Se trata de un número [irracional](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_irracional), lo que significa que no puede expresarse como fracción de dos números enteros, como demostró [Johann Heinrich Lambert](http://es.wikipedia.org/wiki/Johann_Heinrich_Lambert) en 1761 (o 1767).

**Las primeras cien cifras decimales**

A pesar de tratarse de un [número irracional](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_irracional) π se continúa investigando con la intención de averiguar la máxima cantidad posible de cifras tras la [coma](http://es.wikipedia.org/wiki/Coma_flotante). Las 100 primeras cifras del número pi tras la coma son:

π ≈ 3,141 592 653 589 793 238 462 643 383 279 502 884 197 169 399 375105

820 974 944 592 307 816 406 286 208 998 628 034 825 342 117 067 9



**Historia del numero pi**

Una de las referencias documentadas más antiguas al número pi se puede encontrar en un versículo poco conocido de la [Biblia](http://es.wikipedia.org/wiki/Biblia):

'Hizo una [fuente](http://es.wikipedia.org/wiki/Fuente_%28arquitectura%29) de metal fundido que medía 10 [codos](http://es.wikipedia.org/wiki/Codo_%28Unidad_de_longitud%29) de diámetro: era completamente redonda, y su altura era de 5 [codos](http://es.wikipedia.org/wiki/Codo_%28Unidad_de_longitud%29) y una línea de 30 [codos](http://es.wikipedia.org/wiki/Codo_%28Unidad_de_longitud%29) lo rodeaba'. *— (I Reyes 7, 23)*

Se puede ver como una idea similar se puede encontrar en II Crónicas 4, 2. En él aparece en una lista de requerimientos para la construcción del [Gran Templo de Salomón](http://es.wikipedia.org/wiki/Gran_Templo_de_Salom%C3%B3n), construido sobre el [950 adC](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=950_adC&action=edit) y su interés aquí radica en que da un valor de π = 3.

El empleo del número pi en las culturas antiguas se remonta al empleo que hacía el escriba egipcio Ahmes en el año [1800 adC](http://es.wikipedia.org/wiki/1800_adC) y que se encuentra descrita en el [papiro de](http://es.wikipedia.org/wiki/Papiro_de_Rhind) [Rhind[7]](http://es.wikipedia.org/wiki/Papiro_de_Rhind) en el que emplea un valor de π \pi \simeq \frac{256}{81} = 3{,}1604 \ldots

Entre los ocho documentos matemáticos hallados hasta hoy en día de la [cultura egipcia](http://es.wikipedia.org/wiki/Egipto_Antiguo), en sólo dos se refieren a círculos. Uno es el [papiro de Rhind](http://es.wikipedia.org/wiki/Papiro_de_Rhind) y el otro es el [papiro de](http://es.wikipedia.org/wiki/Papiro_de_Mosc%C3%BA) [Moscú,](http://es.wikipedia.org/wiki/Papiro_de_Mosc%C3%BA) sólo en el primero se habla del cálculo del número π. .

En la antigüedad dependiendo de la calidad del autor se manejaban diferentes valores, algunos matemáticos mesopotámicos empleaban en el cálculo de segmentos valores de π iguales a 3, en algunos casos se alcanzaban valores más refinados de 3 y 1/8.

### Truncar significa eliminar todas las cifras decimales siguientes a la de un cierto orden por ejemplo los centésimos, los milésimos:

**Aproximación de expresiones decimales**

4,6572

truncamos a este número a los centésimos 4,65

4,6572

truncamos a este número a los milésimos



4,657

redondear: significa eliminar todas las cifras decimales siguientes a la de un cierto orden m ; esta ultima queda igual cuando la primera cifra eliminada es menor que cinco y aumenta en una unidad cuando la primera cifra eliminada es cinco o mayor que cinco.

Ejemplo: 28,372 = 28,37

28,376 = 28,38

28,375 = 28,38

resumimos la aproximación de expresiones decimales:

**Por Truncamiento**

La recta numérica:

**Aproximación**

**Por redondeo**

- 3 - 2 - 1 0 1 2 3 4

### En resumen, si se trunca se deja el número de la cifra buscada, y si se redondea se tiene que tener en cuenta el número que sigue el orden de cifra buscado.

¿Recuerda la recta numérica? A partir del cero hacia la derecha ubicamos los números positivos y a la izquierda del cero los negativos.

Si quisiéramos ubicar un número natural (N) cualquiera por ejemplo el 10 teniendo que desplazarnos a partir de cero 10 lugares hacia la derecha, con un número entero negativo a partir del cero hacia la izquierda.

Si por ejemplo quisiéramos ubicar el número racional ¾ , lo ubicaríamos entre el cero y el uno tendríamos que dividir el segmento en cuatro partes iguales y tomaríamos tres de ellas del siguiente modo.

**. . .**

0 3/4 1

ACTIVIDAD

**Recordamos nuevamente**

### ¿Cómo ubicaríamos exactamente en la recta numérica el número irracional ?

2

Mediante la aplicación del teorema de Pitágoras podemos ubicar los irracionales que provienen de raíces cuadradas.

Recordemos el teorema de Pitágoras:

“en todo triangulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos”.

###### a

**h**

**b**

En símbolos “Teorema de Pitágoras” h 2 = a 2 + b 2

Veamos el método que nos permite ubicar en la recta numérica en número irracional.

2



2

Dibujamos un triangulo rectángulo isósceles es decir de catetos iguales cuya longitud sea uno.

Con un compás hacemos centro en el punto o y marcamos un arco de circunferencia de radio igual al de la hipotenusa del triangulo, el

punto así obtenido sobre la recta numérica es , que coincide en la medida de la hipotenusa.

h 2 = 1 2 + 1 2

2

h

h 2 = 1 + 1

h 2 = 2

h = 2

1 es decir que la hipotenusa es igual al

número irracional

2

1

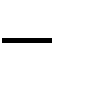
### Ubique en la recta numérica

7

1. Marque con una **x** los números que son irracionales.

0,3 1

23



5 2

7

**3)**

#### 2

10

2. 8



3



6. 6



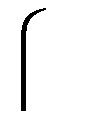
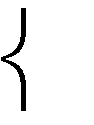
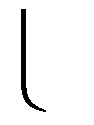
2 7



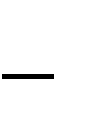
5 7

1. Dados los siguientes números, indique a que conjunto numérico pertenecen, si pertenecen a más de uno indique todos los conjuntos posibles.

A = 0;



### 1,5; 8 ;

2

7 ; 0,001;

5

4;



5. Hallen el valor de cada uno de los lados de los siguientes triángulos rectángulos.

4 2

###### 1 2 3

x

6

7

y

z

2

3

........................................ ........................................ ................................

...................................... ........................................ ...............................

4 2

###### 4 5 6

x

4

5

y

z

7

3

.............................................................................................................................................................. ...........

.........................................................................................................................................................................

.........................................................................................................................................................................

................................................................................................................................................................... ......

.........................................................................................................................................................................

###### 6)

Complete el cuadro

###### (aproxime a los décimos)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Número | Redondeo | Truncamiento | Número | Redondeo | Truncamiento |
| 0,3367 |  |  | 32,908 |  |  |
| 78,0344 |  |  | 178,2511 |  |  |
| 1,89001 |  |  | 33,1456 |  |  |

**Aproxime a los centésimos**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Número | Redondeo | Truncamiento | Número | Redondeo | Truncamiento |
| 0,3367 |  |  | 32,908 |  |  |
| 78,0344 |  |  | 178,2511 |  |  |
| 1,89001 |  |  | 33,1456 |  |  |

**Aproxime a los milésimos**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Número | Redondeo | Truncamiento | Número | Redondeo | Truncamiento |
| 0,3367 |  |  | 32,908 |  |  |
| 78,0344 |  |  | 178,2511 |  |  |
| 1,89001 |  |  | 33,1456 |  |  |





**Módulo o valor absoluto:**

### En todo número podemos diferenciar dos cuestiones, su módulo o valor absoluto y su signo. Un número puede ser positivo o negativo, (signo) además todo número se encuentra a una distancia determinada del origen, es decir del cero, el 5 se encuentra a cinco unidades del 0 y el -5 (independientemente de su signo) se encuentra también a cinco unidades del 0, ambos ocupan 5 unidades de la recta numérica.

Llamamos módulo o valor absoluto de un número real **x** a la distancia entre dicho número y el cero. Lo simbolizamos **|x |** y como toda distancia es positiva. En símbolos **|x | > 0** o **|x | = 0** para cualquier valor de **x**

Es decir si queremos calcular el módulo de –3:

|-3|=|3|=3

|-3|

=

|3|

- 3 - 2 - 1 0 1 2 3

### Cuando se habla de distancias siempre está representada por un número positivo. Si nos trasladamos al norte hacia la ciudad de Rosario se dice que se encuentra a 320 km de distancia, por otro lado si nos referimos a Mar del Plata, ( tomando como referencia Buenos Aires), aclaramos que se encuentra a 400 km, pero en ninguna momento se aclara -400 km, a pesar de que ahora nos trasladamos hacia el sur.





**Propiedades de la radicación**

* + La radicación no es distributiva respecto de la adición y la sustracción.

**Ejemplo:**



25 16

25 16



5 4



41

### La radicación es distributiva respecto de la multiplicación y la división.

**Ejemplo:**



16



4 . 4

2.2 4

**Ejemplo:** 36



36

4

4

6



9

2

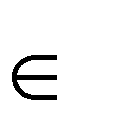
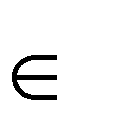


3 3



**Operaciones con números irracionales**

*m a*

Llamamos irracional a una expresión de la forma ( a R, m N, m>1)

siendo **m** el índice y **a** el radicando \*lo que escribimos dentro del paréntesis lo leemos del siguiente modo:

***...a pertenece a los números reales y m pertenece a los números naturales siendo m mayor que uno...***

Es decir que el radicando tiene que ser un número real y el índice un número natural mayor que uno

3 5

5 es el radicando 3 es el índice

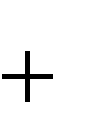
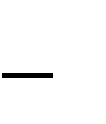


**Adición y sustracción de radicales**

Para poder sumar o restar radicales, los mismos tienen que tener el mismo índice y el mismo radicando.

Ejemplos:

2



2 3 2 1 2

5

1

2

5 3 5

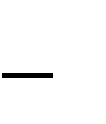
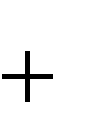


4 2

5 5

2

5



43 *a*



53 *a* 23 *a*

3 *a*

7 5 *x*

2

45 *x*

5 *x*



13 5 *x*

2



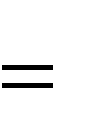
**Multiplicación y división de radicales**

Las operaciones de multiplicación y división de radicales:

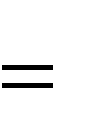
1. si los índices son iguales:

**Ejemplo**:

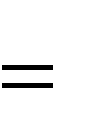
4. 4. 16



16.4.4



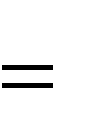
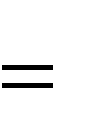
256



16

16

8



16 2

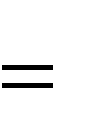
8

### si los índices son distintos:

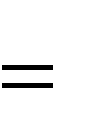
Se busca un índice común, y luego se trabaja de la siguiente forma:

**Ejemplo:**

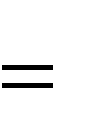
4.3 2



(4)3.(2)2



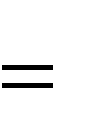
6 64.4



6 256

4

3 2

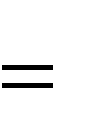


6

2

43

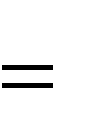
2



64

6

4



6 16



**Racionalización**

### Generalmente se denomina, racionalizar a “sacar” las raíces del denominador Por ejemplo si tenemos.

1

2

¿Cómo podríamos hacer para “sacar” la raíz del denominador?

Utilizaríamos por ejemplo la propiedad uniforme, si multiplicamos y dividimos una expresión por un mismo número distinto de cero dicha expresión “no se altera”.

1

2

2

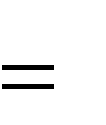
2

Es decir que se multiplica numerador y denominador por el mismo número irracional

2

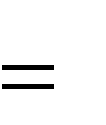
2

2. 2



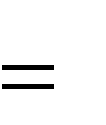
2

\* 2.2



2

4



2

2

**como las raíces tienen el mismo índice y se trata de un producto pueden “ agruparse” dentro de una misma raíz.**

**Es decir que son expresiones equivalentes.**

1

2



2

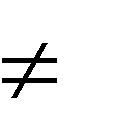
2

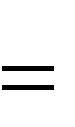


**Veamos otros ejemplos TRABAJAMOS JUNTOS**



EJEMPLO 1

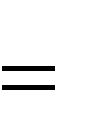
*x* 0

2*x*

*x*

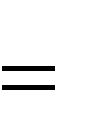
*x*

*x*

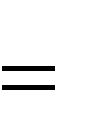


2*x x*

*x*.*x*



2*x x*



2*x x*

*x*

2*x* .



2 *x*

**es decir que**

*x*

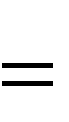
*x*

*x*2

2*x* **=** 2 **son dos expresiones equivalentes.**

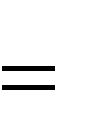
### EJEMPLO 2

*x*

3*a* 2

*a*

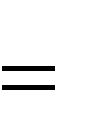
3*a*2

. 3*a*

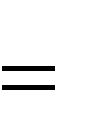
*a*

*a*

*a*



3*a*2 *a*



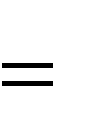
3*a*2 *a*

*a*

*a*

*a*2

*a*

3*a* 2

3*a*

*a*

## son expresiones equivalente

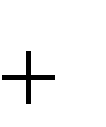
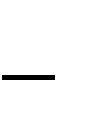
**ACTIVIDAD N° 2**

1. **Completar el cuadro.**

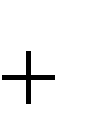
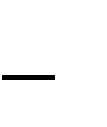
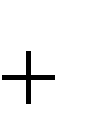
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Número** | **módulo** | **signo** |
| 2 |  |  |
| **32** |  |  |
| 7  3 |  |  |
| **-20** |  |  |

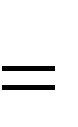
1. **Realizar las siguientes operaciones**

### 3 6 2

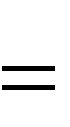


1. 7 3 3

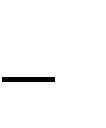


1 6 5 6 

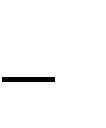
4

2 3 5 5 4 5

**c)** 0,5 5

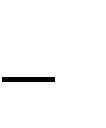
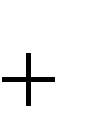


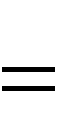
**d)** 13,8 2

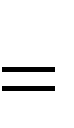


3,2

### 4,3



5 0,25 

2 1,5

5

2